Ejercicios de Ecuaciones Diferenciales

Exactas y con Factor Integrante

1. Ecuaciones Exactas

Verifica que en cada caso

$$M(x,y)\,dx + N(x,y)\,dy = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}.$$

a) $2y\,t^3\,dy + 3y^2t^2\,dt = 0.$

b) $3y^2t\,dy + \big(y^3 + 2t\big)\,dt = 0.$

c) $\big(2x^3 + 3y\big)\,dx + \big(3x + y - 1\big)\,dy = 0.$

d) $\big(2x - y\big)\,dx + \big(y^2 - x\big)\,dy = 0,\ y(2) = 1.$

e) $\big(x + y\cos x\big)\,dx + \sin x\,dy = 0.$

f) $\big(x + y + 1\big)\,dx - \big(y - x + 3\big)\,dy = 0.$

g) $\big(2x + 3y + 4\big)\,dx + \big(3x + 4y + 5\big)\,dy = 0.$

h) $\big(x^3 + xy^2\big)\,dx + \big(x^2y + y^3\big)\,dy = 0,\ y(1) = 1.$

i) $\big(3x^2\tan y - \frac{2y^3}{x^3}\big)\,dx + \big(x^3\sec^2 y + 4y^3 + \frac{3y^2}{x^2}\big)\,dy = 0.$

2. Ecuaciones que Requieren Factor Integrante

En estos casos $\partial M/\partial y \neq \partial N/\partial x$. Se busca un factor integrante $\mu(x)$, $\mu(y)$ o $\mu(x,y)$ tal que $\mu M\,dx + \mu N\,dy$ sea exacta.

a) $t(1 - 2y)\,dy + y(1 + y)\,dt = 0.$

b) $\dfrac{dy}{dt} + \dfrac{2yt + 3t^2}{4y^3t^2} = 0.$

c) $2\big(t^3 + 1\big)\,dy + 3y\,t^2\,dt = 0.$

d) $4y^3t\,dy + \big(2y^4 - 3t\big)\,dt = 0.$

e) $\big(x^2 + xy\big)\,dy - y^2\,dx = 0.$

f) $\big(2y^2 + 3x\big)\,dx + 2xy\,dy = 0.$

g) $6xy\,dx + \big(4y + 9x^2\big)\,dy = 0.$

h) $\big(2y\cos x - xy\sin x\big)\,dx + 2x\cos x\,dy = 0.$

i) $\big(y + xy^2\big)\,dx - x\,dy = 0.$

j) $\big(x + y^2\big)\,dx - 2xy\,dy = 0.$

k) $\big(x^2 + y^2 + x\big)\,dx + xy\,dy = 0.$

l) $\big(y^3 - \ln x\big)\, dy + \dfrac{y}{x}\, dx = 0.$

m) $\big(x^4 - \ln x - 2xy^3\big)\, dx + 3x^2y^2\, dy = 0.$

n) $y\, dx - \big(ye^y - 2x\big)\, dy = 0.$

ñ) $\big(3x^2y + 2xy + y^3\big)\, dx + \big(x^2 + y^2\big)\, dy = 0.$

o) $3y^2\, \dfrac{dy}{dx} = 2 - \dfrac{y^3}{x}.$

p) $\big(1 + x^2\big)\big(1 + y^3\big)\, dx + 2y\, dy = 0.$

q) $2x\, dx + (3 - x^2)\, dy = 0.$

r) $\sin x\, dx = y\, dx + x\, dy.$

s) $\big(x^2 - y\big)\, dx + \big(x + y\big)\, dy = 0.$

t) $xy\big[5 + \ln\big(\tfrac{y}{x}\big)\big]\, dx - x^2 \ln\big(\tfrac{y}{x}\big)\, dy = 0.$

u) $\big(x + y^2\big)\, dx + \big(x + 2y\big)\, dy = 0.$

v) $\big(x^2 + y^2\big)\, dx + 2xy\, dy = 0.$

w) $-e^{-x}(x - 3)\, dx + e^{-x}\, dy = 0.$

x) $\cot y\, dy + \cos x\, \sin x\, dx = 0.$

y) $\big(x - y - 1\big)\, dx + \big(4y + x - 1\big)\, dy = 0.$

z) $2y\, dx + \big(1 - \ln y - 2x\big)\, dy = 0.$